MATEMATIKA DARSIDA TRIGONOMETRIK IFODALARNI AYNIY ALMASHTIRISH MAVZUSINING DOLZARBLIGI

G'ofurova Dilfuzaxon

Farg'ona viloyati Uchko'prik tumani Prezident ta'lim muassasalari Agentligi tizimidagi ixtisoslashtirilgan maktabi matematika fani o'qituvchisi

Annotatsiya: Maqolada trigonometrik ifodalarni almashtirishga doir misollar, formulalar, yo`l-yo`riqlar ko`rsatib beriladi. XXI asr informatsion texnologiyalar asri bo`lganligi bois matematikaning har bir darsi o`quvchi uchun dolzarb hisoblanadi.

Kalit so`zlar: Trigonometriya, misol, ayniy almashtirish, formula, isbot, funksya.

Avval matematika, keyin esa boshqa fanlar. Shunday ekan maktab o`quvchilariga matematika darslarini sifatli o`tish, dars samaradorligini oshirish, yangi metodlardan foydalanish kabi vazifalar bugungi kunning dolzarb vazifalari hisoblanadi. Bu borada O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi "Matematika sohasidagi ta`lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to`g`risida"gi PQ-4708-son qarori dasturilamal bo`lib xizmat qilishi shubhasiz.[1] Qarorga ko`ra 2020 — 2023-yillarda O'zbekiston Respublikasida matematika fanlari bo'yicha ta'lim sifatini yaxshilash, ilmiy-tadqiqotlarning natijadorligi va amaliy ahamiyatini oshirishning maqsadli dasturini ishlab chiqish va boshqa muhim vazifalar belgilab berildi.

Maktab matematika kursining trigonometriya bo'limida juda ko'p ayniy munosabatlar, jumladan, quyidagi munosabatlar o'rganiladi:

1. Trigonometrik funksiyalarning birini ikkinchisi orqali ifodalaydigan ayniy almashtirishlar.
2. Trigonometrik ifodalarni soddalashtirishdagi ayniy almashtirishlar.
3. Trigonometrik ayniyatlarni isbotlashdagi ayniy almashtirishlar.
4. Trigonometrik tenglamalarni yechishdagi ayniy almashtirishlar.

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, trigonometriya kursida ayniy almashtirishlar muhim o'rinni egallaydi. IX sinf geometriya kursida trigonometrik funksiyalarga ta'rif berilganidan so'ng, to'rtta trigonometrik funksiyalarni o'zaro bog'lovchi quyidagi uchta ayniyat o'rganiladi:

1. $\cos^2 a + \sin^2 a = 1;$
2. $tga = \dfrac{\sin a}{\cos a};$
3. $ctga = \dfrac{\cos a}{\sin a}.$

[1] www.lex.uz

Bu ayniyatlarni keltirib chiqarish maktab geometriya kursida batafsil bayon qilingan. Bu ayniyatdardan yana quyidagi uchta ayniyat keltirib chiqariladi:

1. $tga \cdot ctga = 1$; 2. $\dfrac{1}{\cos^2 a} = 1 + tg^2 a$; 3. $\dfrac{1}{\sin^2 a} = 1 + ctg^2 a.$

Yuqoridagi ayniyatlar trigonometrik ifodalarni hisoblashda bajariladigan ayniy shakl almashtirishlarda eng ko'p ishlatiladigan ayniyatlar bo'lib hisoblanadi. O'qituvchi o'quvchilarga ildizli ifodalar ustida bajariladigan trigonometrik ayniy shakl almashtirishlarni bajarishga alohida e'tibor berish lozim. Masalan, $\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ ifodani olaylik. Buni hisoblaydigan bo'lsak, $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \pm\sin\alpha$ tengligi o'rinli bo'ladi.

O'quvchilarga $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sin\alpha$ va $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sin\alpha$ tengliklarning ma'nosini tushuntirish lozim. Bu erda $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sin\alpha$ qiymat I chorakdagi, $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = -\sin\alpha$ esa III chorakdagi qiymat ekanligini geometrik nuqtai nazaridan ko'rsatib tushuntirish maqsadga muvofiq. Bundan tashqari α ning aniq son qiymatlarida ham bu ifodalarni hisoblash lozim. Masalan, $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ bo'lganda $\sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, shuning uchun $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, ammo $-\sin\alpha = \sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Demak, $\sqrt{1-\cos^2\alpha} = \pm\sin\alpha$ ekan.

O'quvchilar ayniy shakl almashtirishlarni yaxshi o'zlashtirishlari uchun birinchidan trigonometrik funksiyalar ta'rifini, ulardan birini ikkinchisi orqali ifodalovchi va asosiy ayniyatlar kabi formulalarni bilishlariga, ikkinchidan esa ana shu formulalarni trigonometrik ifoda berilishiga qarab tadbiq qila olish malakalariga bog'liqdir. Maktab matematika kursidagi trigonometrik ayniy shakl almashtirishlarni og'zaki bajarishga o'quvchilarni o'rgatish ularda mantiqiy matematik tafakkurni shakllantiradi. O'qituvchi biror trigonometrik ifodaning shaklini almashtirishni bajarishdan oldin o'quvchilarga eng sodda bo'lgan og'zaki trigonometrik mashqlardan namunalarni doskaga yozib, o'quvchilardan tezroq og'zaki soddalashtirishni bajarishlarini talab qilishi o'quvchilarni trigonometrik ayniyat va formulalarni esda doimo saqlashlariga imkon yaratadi.

Masalan,

$1-\cos^2\alpha$; $1-\sin^2\alpha$; $(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)$;

$\sin\alpha \cdot tg\alpha \cdot \cos\alpha$; $\dfrac{tg\alpha}{ctg\alpha}$; $\dfrac{1}{ctg\alpha} - tg\alpha$; $\dfrac{tg\alpha}{ctg\alpha} + 1$; $\dfrac{\cos\alpha}{tg\alpha}$;

Bundan keyin o'qituvchi murakkabrok trigonometrik almashtirishlarni ko'rsatishi maqsadga muvofiqdir.

1-misol. $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)-\cos^2\alpha$ ifodani soddalashtiring.

1-usul.

$$(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)-\cos^2 a = 1-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha =$$
$$= 1-(1-\cos^2 a)-\cos^2 a = 1-1+\cos^2 a-\cos^2 a = 0.$$

2-usul. $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)-\cos^2 a = 1-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha =$
$= 1-(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha) = 1-1 = 0;$

2 - misol. $\dfrac{1+\cos\beta+\cos^2\beta}{1+\sec\beta+\sec^2\beta}$ ifodani soddalashtiring.

$$\frac{1+cos\beta+\cos^2\beta}{1+\sec\beta+\sec^2\beta} = \frac{1+cos\beta+\cos^2\beta}{1+\dfrac{1}{cos\beta}+\dfrac{1}{\cos^2\beta}} = \frac{1+cos\beta+\cos^2\beta}{\dfrac{\cos^2\beta+cos\beta+1}{\cos^2\beta}} = \frac{(1+cos\beta+\cos^2\beta)\cos^2\beta}{\cos^2\beta+\cos\beta+1} = \cos^2\beta.$$

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, trigonometriya kursida ayniy almashtirishlar muhim o'rin egallaydi. O'quvchilar trigonometrik ayniy shakl almashtirishlarni yaxshi o'zlashtirishlari uchun birinchidan, trigonometrik funksiyalarni birini ikkinchisi orqali ifodalovchi va asosiy ayniyat kabi formulalarni, ikkinchidan esa shu formulalarni trigonometrik ifodani berilishiga qarab tadbiq qila olish malakalariga bog'liqdir. Trigonometrik ayniy shakl almashtirishlarni bajarish uchun quyidagi formulalarni bilishlari kerak:

1. Asosiy trigonometrik ayniyatlar:

$$1)\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1; \qquad 2)\ tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\left[\alpha\neq\frac{\pi}{2}(2n+1)\right], n\in Z;$$

$$3)\ ctg\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},(\alpha\neq\pi n); \qquad 4)\ \sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha},\left[\alpha\neq\frac{\pi}{2}(2n+1)\right], n\in Z;$$

$$5)\ \ cosec\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}, \quad (\alpha\neq\pi n), \quad n\in Z.$$

Bu ayniyatlardan kelib chiqadigan formulalar quyidagilardir:

$$1)\quad tg\alpha\cdot ctg\alpha=1 \qquad \left(\alpha\neq\frac{\pi}{2}n\right), \quad n\in Z.$$

$$2)\quad 1+tg^2\alpha=\sec^2\alpha, \qquad \left[\alpha\neq\frac{\pi}{2}(2n+1)\right], \quad n\in Z.$$

$$3)\quad 1+ctg^2\alpha=cosec^2\alpha, \qquad (\alpha\neq\pi), \quad n\in Z.$$

1-misol. Ayniyatni isbotlang.

$$\cos^2\alpha(tg\alpha+2)(2tg\alpha+1)-5\sin\alpha\cos\alpha=2,\left[\alpha\neq\frac{\pi}{2}(2n+1)\right].$$

Isboti:

$$\cos^2\alpha(tg\alpha+2)(2tg\alpha+1)-5\sin\alpha\cos\alpha=\cos^2\alpha\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+2\right)\left(\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}+1\right)-5\sin\alpha\cos\alpha=$$

$$=2\sin^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha+2\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-5\sin\alpha\cos\alpha=2(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)=2.$$

Adabiyotlar

1. Sh.Alinov,O.R.Xolmuhammedov,M.A.Mirzaxmedov. 9-―algebra‖ 2006- yil

2. www.bilimdon.uz

3. www.ziyonet.uz

4. www.lex.uz

5. www.matematika.ru